

---

# Jeux combinatoires et langages : des relations bidirectionnelles

Eric Duchene\*<sup>1</sup> and Aline Parreau\*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Informatique en Image et Systèmes d'information (LIRIS) – Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Centre National de la Recherche Scientifique, Université Claude Bernard Lyon 1, Ecole Centrale de Lyon : UMR5205, Université Lumière - Lyon 2 – Bâtiment Blaise Pascal - 20, avenue Albert Einstein - 69621 Villeurbanne cedex, France

## Résumé

Cet exposé présente les liens qui existent entre les jeux combinatoires et la théorie des langages et des mots. Un jeu combinatoire est un jeu à deux joueurs, sans hasard, à information parfaite. Parmi les jeux les plus étudiés dans la littérature, on trouve les jeux de suppression de jetons dans des piles comme le jeu de Nim, le jeu de Wythoff ou les jeux de soustraction. Les positions de ces jeux se représentent assez bien par des  $n$ -uplets d'entiers (où  $n$  est le nombre de piles), et pour les cas fréquents où  $n < 3$ , les stratégies gagnantes peuvent être décrites par des mots ou des tableaux bidimensionnels.

Avec Michel Rigo (Univ. Liège), nous avons considéré une sous-famille de ces jeux appelée " jeux invariants ", où les coups possibles ne dépendent pas de la position où l'on se trouve. Pour certaines instances de ce type de jeu, on s'intéressera notamment aux problèmes suivants :

\* Comment peut-on décrire les positions perdantes ? Si les caractérisations habituelles sont arithmétiques ou algébriques, nous verrons qu'en dimension 1 ou 2, certains jeux ont des positions perdantes qui peuvent être codées par des mots morphiques ou des suites automatiques.

\* Cette question sera étendue à ce qu'on appelle la fonction de Grundy d'un jeu, qui associe à une position de jeu une valeur dans l'ensemble des réels.

\* Nous considérerons également le problème de décision inverse qui, étant donné un mot infini, cherche s'il existe un jeu invariant dont les positions perdantes peuvent être codées par ce mot.

\* Enfin, nous verrons que ces jeux de suppression de jetons peuvent être étendus à des jeux de réécriture sur les mots, en montrant de premiers exemples de jeux simples où les positions perdantes et/ou la fonction de Grundy forment (ou pas) un langage régulier.

---

\*Intervenant